1988

早稲田大学大学院理工学研究科

博 士 論 文 概 要

論 文 題 目

ペトリネットの即時発火活性とその
タイム・ペトリネットへの応用に
関する研究

申 請 者
太 田 淳
Atsushi Ohta

物理学及応用物理学専攻
制御工学研究

平成 5 年 11 月

多品種少量生産を可能とするFMS(Flexible Manufacturing Systems)、コンピュータ群による並列処理、列車の運行制御などのシステムにおいては、例えば「機械が使用中である」というように、その「状態」を(計量可能な)数値で表すことが適切でない場合がある。このとき、中間的な状態は定義できないので、これらの離散的な状態の遷移(「事象の生起」という)は瞬時に起こる。また、「時間」の概念についても、ある事象の生起の時刻自体よりも、事象の生起の「順序」が問題となることが多い。このようなシステムは「離散事象システム(discrete event systems)」と呼ばれ、その特徴として、この時間に関する「非同期性」の他に、複数の事象が相互の順序関係なしに並列に生起できることを表す「同時進行性」が挙げられる。1962年Carl Adam Petriによって提唱され、その後多少の修正を経たペトリネットは、このような非同期、同時進行可能な離散事象システムのモデル化、解析、検証、性能評価などに有効な数学モデルの1つであり、上記のような広範な応用可能性を持つため、近年注目されている。その特徴は、状態を表す「プレース」、事象を表す「トランジション」とよばれる2種の節点、ならびにそれらの因果関係を表す「アーク」からなる2部(bipartite)有向グラフ表現によって、現実のシステムのモデル化が比較的容易に行えること、さらに、プレース中の「トークン」とその移動によって、システムの状態とその動的状況、同時進行性などが視覚的に表現できることである。また、ペトリネットは単にシミュレーションのための道具にとどまらず、ペトリネットの構造や挙動を表す代数方程式、状態方程式を介して、その種々の性質の理論的な解析をも可能としている。その主要な解析問題として、活性、可達性、有界性などがある。特に活性問題は、事象の生起可能性に関する性質であり、システムにおいて「デッドロックが発生しないか」、「むだな要素が存在しないか」、「その過渡的な動作のいかんにかかわらず、所定の定常的な動作が可能であるか」という問題に対応する。

さて、ペトリネットには前述のように本来は時間の概念は存在しないが、実システムへの応用の便宜上、時間の導入が様々な方法で試みられ、性能評価などに役立てられてきた。この性能評価の問題は、対象とするシステムの定常的な動作を前提としているので、ペトリネットモデルの活性が保証されている必要がある。

一方、通常のペトリネットでは、事象の生起が可能になったとしても、必ずしも生起しなくてもよいが、この規則を変更して、「各事象は生起可能になった時点で必ず生起しなければならない」とする「即時発火規則」を導入したペトリネットは、理論、応用の両面において興味深いクラスを構成する。理論的には、即時発火規則の導入によって、ペトリネットは(ゼロ・テスト能力が付加されるので)チューリング機械と等価な記述能力を得る。また、事象の制御の観点からは、即時発火規則は各事象が局所的な条件で生起できることを意味する。例えば、ペトリネットをスケジューリング問題に応用した場合、この導入によって準最適な「遅れなし解」を得

ることができ、さらにペトリネットがある特殊な構造であるとき、最適解が得られることが知られている。

以上の背景の下に、本論文では、この即時発火規則の下での活性(即時発火活性)と通常の発火規則における活性の間の関係について検討し、そのタイム・ペトリネットへの応用について考察する。特に即時発火活性問題に関連して、これまでのペトリネットのサブクラスを拡張した新しいサブクラス「POCネット」を提案し、さらにそれに応用上重要な時間を導入したネットの即時発火活性と、それらに「共通資源」を付加した場合の即時発火活性を考察する。また、各サブクラスの活性判別のための計算量についても検討する。

本論文の構成は以下の通りである。

第1章では、本論文のテーマに関連した従来の研究の概要と、その特徴を記す。

第2章では、以後の議論のために必要なペトリネットの諸定義を述べる。

第3章では、通常の発火規則の下でのペトリネットの活性について考察する。まず、いくつかのサブクラスについて既存の結果を述べ、ついで新たに、TCC(Trap Containing Cycle)ネット、有界公平なペトリネットについて活性とプレース活性が等価であることを示す。次に、活性の単調性について考察する。活性の単調性とは、ある初期マーキングで活性なネットが与えられたとき、そこに任意にトークンを追加したネットもまた活性であることをいう。活性の単調性が成り立つネットは、階層化による活性の保存の点で有利であり、活性問題の判別のための計算量の軽減が期待できる。逆に活性に単調性が成り立たないクラスについては、初期マーキングと構造だけから活性問題を判別するのが困難であることが予想される。本論文では、活性の単調性が成り立つための必要条件がDT(Deadlock-Trap)性であることを示し、TCCネット、有界公平なネットではそれが十分条件でもあることを示す。また、EFC(拡張自由選択)ネット、SMA(State Machine Allocatable)ネット、SWPN(Structually Weak Persistent Net)では、必ず活性は単調であることを示す。

第4章では、まず、ペトリネットの新しいサブクラスとして「POC(Partially Ordered Condition)ネット」を提案する。このサブクラスはこれまで多くの解析がなされてきた自由選択(FC)ネットや非対称選択(AC)ネットを包含する。ついで、このPOCネットについてあるトランジションの活性と、そのすべての入力プレースのプレース活性が等価であることを示す。さらに、活性のための必要十分条件が、任意の可達なマーキングにおいて、(もし存在すれば)各サイフォンがトークンをもつことであることを導く。

第5章では、まず、即時発火規則を導入したペトリネットの記述能力が、(アークの重みが1の場合でも)チューリング機械と等価であることを示す。

次に、第4章の結果を用いて、トランジションに発火継続時間を導入したタイム・ペトリネットの即時発火活性について考察する。一般には、通常の発火規則における

活性は即時発火活性のための必要条件でも十分条件でもない。まず、提案した POC ネットと有界公平なペトリネットについて、活性が即時発火活性のための十分条件となることを示す。さらに、必要性が成り立つための付加条件について考察する。極小サイフォンがトラップである場合は、必要性が単一サーバー、無限サーバーにかかわらず成り立つことを示す。EFC ネットの場合は、無限サーバーの場合にのみこの必要性が成り立つことが示される。これらの結果は、即時発火活性問題が可解であるようなサブクラスを与える。

第 6 章では、スケジューリング問題への応用を意図して、共有資源プレースをもつペトリネットの即時発火活性について考察する。ここでいう共有資源とは、例えば共通の工作機械、搬送車などのように、共通利用を目的とするものであって、使用後必ず元に戻されて再利用に備えるものをいい、原材料などのように使用すると減少あるいは消滅するものは共有資源とはいわない。通常の発火規則の下では、共有資源の存在はネットの挙動にまったく影響を及ぼさないが、即時発火規則の下では、その存在が同時進行性を妨げるので、ネットの挙動を変化させることがある。ここでは、ペトリネットの通常の発火規則の下での活性と、それに共有資源プレース、発火継続時間を導入したネットの即時発火活性の間の関係を考察する。まず、すべてのトランジションの発火継続時間が 1 に等しい場合を考える。この場合は、第 5 章と同じ議論が可能である。一方、発火継続時間がトランジションごとに異なる場合には、さらに制約が必要となる。共有資源をつけた後のネットが POC ネットとなる場合や、1 つの資源を共有するトランジションが互いに有界公平である場合には、もとのネットの活性が保存される。この結果はスケジューリング問題にも適用可能であり、応用範囲は広い。

第 7 章では、ペトリネットの解析問題、特に活性問題の検証のための計算量について考察する。まず、TC ネットの活性問題が線形計画問題に帰着させることによって、多項式時間で解けることを示す。TC ネットのすべての極小サイフォンはトラップであるので、POC ネットかつ TC ネットであるペトリネットの即時発火活性は多項式時間で検証できることを示す。また、Esparza、Silva らの結果を用い、強連結サイフォンがトラップである POC ネット、LBFC ネット (FC ネットかつ SMA ネット) の即時発火活性もまた多項式時間で解けることを示す。

第 8 章では、応用例としてジョブショップ型スケジューリング問題のタイム・ペトリネットモデルと繰り返し問題の最短周期解を求める一方策について述べる。

第 9 章は以上の成果のまとめである。

なお、付録として、本論文の主テーマである活性問題に密接な関連をもつ可達問題について、マークグラフに対する Murata の研究成果を基に、その判別のための計算量について考察し、それが線形計画法を介して多項式時間で解けることを明らかにする。